Ministerul Educației şi Cercetării

Olimpiada Națională de Fizică

Craiova, 16-21 aprilie 2006

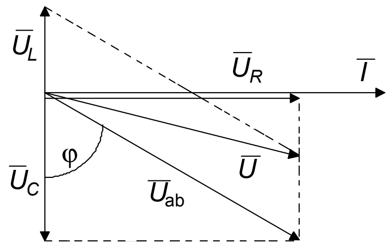
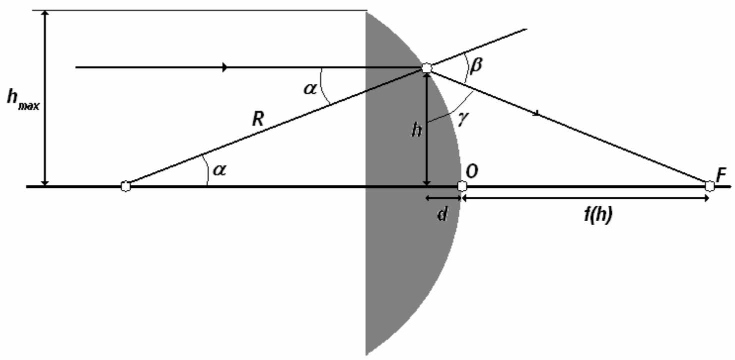
Proba teoretică - barem

XII

Oricare altă variantă corectă de rezolvare se va puncta în mod corespunzător

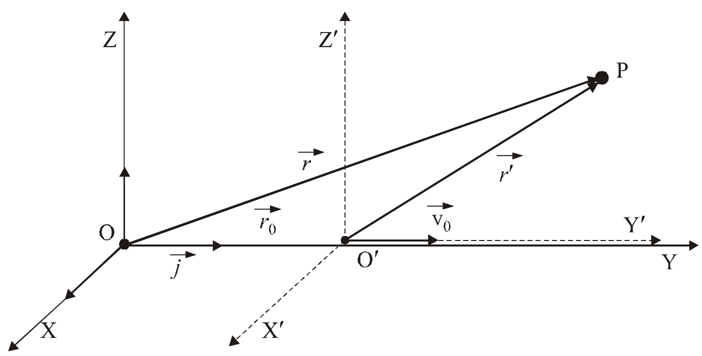
Subiect	Soluție	Punctaj parțial	Punctaj total
1.a	- vitezele electronilor care intră prin ochiurile grilei A în momentul când tensiunea dintre grile este nulă, nu se modifică; electronii vor ieşi prin ochiurile grilei B cu viteza v_0	0,50p	**3p**
	- electronii care au intrat prin ochiurile grilei A când potențialele celor două grile sunt $V_A > 0$ şi respectiv $V_B < 0$, vor realiza o scădere Δv, foarte mică a vitezei când vor ajunge să iasă prin ochiurile grilei B, după care vor continua să se deplaseze uniform cu viteza $v_0 - \Delta v$	0,50p	
	- electronii care au intrat prin ochiurile grilei A când potențialele celor două grile sunt $V_A < 0$ şi respectiv $V_B > 0$, vor realiza o creştere Δv, foarte mică a vitezei, când vor ajunge să iasă prin ochiurile grilei B, după care vor continua să se deplaseze uniform cu viteza $v_0 + \Delta v$.	0,50p	
	- cele trei grupe de electroni, având vitezele $v_0 - \Delta v$, v_0 şi respectiv $v_0 + \Delta v$, se vor putea concentra într-un singur punct	0,50p	
	- principiul fundamental al dinamicii $m\frac{\Delta v}{\Delta t} = qE$; sau teorema de variație a energiei cinetice $\frac{m(v_0 + \Delta v)^2}{2} - \frac{m v_o{}^2}{2} = qEd$ $\Delta v = \frac{qu}{m v_0}$	0,25p	
	- condiția ca la ieşirea din ochiurile grilei B electronii cu vitezele v_0 şi respectiv $v_0 + \Delta v$, să ajungă într-un acelaşi punct, la distanța L față de grila B, : $v_0 \tau = (v_0 + \Delta v)(\tau - \Delta t)$	0,50p	
	$\tau = \frac{m v_0^2}{q \omega U_0}$; $L = v_0 \tau = \frac{m v_0{}^3}{q \omega U_0}$	0,25p	

1.b	- accelerația imprimată electronului de câmpul electric alternativ dintre plăcile condensatorului $a=\frac{F}{m}=\frac{qU_0}{md}\sin\omega t$ - viteza electronului la momentul de timp t $v(t)=\int_0^t a(t)dt=\frac{qU_0}{m\omega d}-\frac{qU_0}{m\omega d}\cos\omega t$ $v(t)=v_0-v_0\cos\omega t=2v_0\sin^2\frac{\omega t}{2}$, unde $v_0=\frac{qU_0}{m\omega d}$; - Viteza electronului are o componentă constantă, v_0, (viteză de "drift") şi o componentă alternativă, $v_0\cos\omega t$. Viteza rezultantă, variabilă în timp, este permanent pozitivă;deci sensul mişcării electronului este mereu acelaşi şi coincide cu cel dobândit în prima semiperioadă. - viteza medie a electronului, pe durata unei perioade a tensiunii alternative $\overline{v}=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{v_0}{T}\int_0^T(1-\cos\omega t)dt=v_0$ - intervalul de timp după care electronul va ajunge pe una dintre plăcile condensatorului : $\Delta t=\frac{m\omega d^2}{2qU_0}$. În cazul $u=U_0\cos\omega t$: - accelerația electronului $a=\frac{qU_0}{md}\cos\omega t$; - viteza electronului $v(t)=\frac{qU_0}{md}\int_0^t\cos\omega t dt=v_0\sin\omega t$. - legea de mişcare $y(t)=y_0(1-\cos\omega t)$ - mişcarea electronului este oscilatorie armonică $Y(t)=-y_0\cos\omega t$, unde $y(t)-y_0=Y(t)$;	0,25p 0,25p 0,25p 0,50p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p	**3p**

1.c	- diagrama fazorială  $U_{ab} = I\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}$; $\cos\varphi = \frac{U_L^2 + U_{ab}^2 - U^2}{2U_L U_{ab}}$; $U_C = U_{ab}\cos\varphi = \frac{I}{2\pi\nu C}$; $C = \frac{I}{2\pi\nu U_{ab}\cos\varphi}$; $U_R = U_{ab}\sin\varphi = IR$; $R = \frac{U_{ab}\sin\varphi}{I}$.	1p 0,50p 0,50p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p	**3p**
Oficiu			**1p**
Total subiect 1			**10p**
2.A.a	Legea refractiei in punctul I $n\sin\alpha = \sin\beta$. Relația dintre unghiurile α, β si γ $\beta = 90^0 - (\gamma - \alpha)$,  $\tan\gamma = (d + f)/h$ $\sin\beta = \frac{h}{R}\frac{\sqrt{R^2 - h^2} + f + d}{\sqrt{(f+d)^2 + h^2}}$. $d = R - \sqrt{R^2 - h^2}$	0,25p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p	**1,5p**

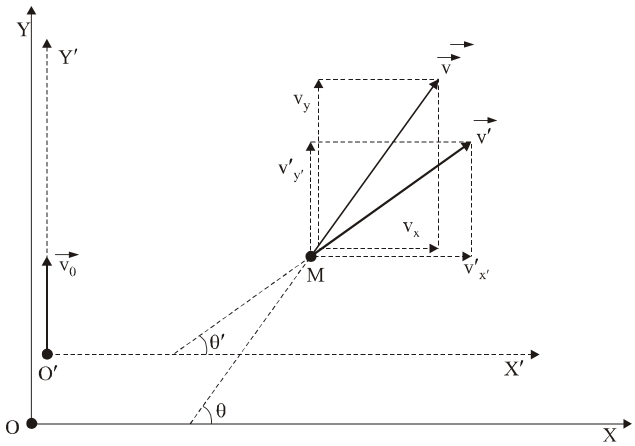
	$f(h,n,R)=R\dfrac{nR-n\sqrt{R^2-h^2}+\sqrt{R^2-n^2h^2}}{n\sqrt{R^2-h^2}-\sqrt{R^2-n^2h^2}}$	0,25p	
2.A.b	Pentru raza paraxiala : $f(0,n,R)=\dfrac{R}{n-1}$ Pentru raza marginala : $f(h_{max},n,R)=\dfrac{n}{n^2-1}\left[n\sqrt{R^2-h_{max}^2}+\sqrt{R^2-n^2h_{max}^2}\right]-R$ In functie de grosimea *g* a lentilei, in cazul razei marginale : $h_{max}^2=2gR-g^2$, $f(h_{max},n,R)=\dfrac{n}{n^2-1}\left[n(R-g)+\sqrt{R^2+n^2g^2-2n^2gR}\right]-R$.	0,25p 0,25p 0,25p 0,25p	**1p**
2.A.c	Pentru $\beta=90^0$, $\sin\alpha=1/n$ si corespunzator $h_{\lim}=R\sin\alpha=R/n$. Raza se refracta pentru $h<h_{\lim}$	0,25p 0,25	**0,5p**
2.A.d	Dreapta IF are ecuatia $y=Ax+B$ unde $B=-Af(h,n,R)$, iar $A=\dfrac{h}{\sqrt{R^2-h^2}-R-f(h,n,R)}=-\dfrac{h(n^2-1)}{\sqrt{R^2-h^2}+n\sqrt{R^2-n^2h^2}}$. Considerand x ca un parametru, din anularea derivatei d*y*/d*h* se poate afla valoarea lui *h* pentru care *y* este maxim si apoi valoarea maxima a lui *y* (adica a punctelor de pe caustica, la nivelul fiecarei valori a parametrului *x* <u>in lungul focalei longitudinale</u>).	0,5p 0,5p 0,5p	**1,5p**
2.B	$x=v_0t\cos\theta_0; y=v_0t\sin\theta_0-\dfrac{gt^2}{2}$, distanța origine-sursa este: $\lvert OS\rvert=r(t)=(x^2+y^2)^{1/2}=t\left[v_0^2+\left(\dfrac{gt}{2}\right)^2-gtv_0\sin\theta_0\right]^{1/2}$; Distanța *r(t)* este maximă cand se anulează viteza radială $v_r=dr/dt$; $g^2t^2-3gv_0t\sin\theta_0+2v_0^2=0$. Solutiile ecuatiei sunt: $t_{1,2}=\dfrac{3v_0}{2g}\left[\sin\theta_0\pm\sqrt{\sin^2\theta_0-8/9}\right]$.	0,50p 0,50p 0,25p 0,25p 0,25p	**3,5p**

	In cazul lansării sub unghiul precizat in enunț : $t_1 = t_2 = \dfrac{3v_0}{2g}\sin\theta_0 = \sqrt{2}\left(\dfrac{v_0}{g}\right)$ distanta maxima $r_{\max} = v_0^2/\left(g\sqrt{3}\right)$ Iluminarea in O pe suprafata orizontala $E = \dfrac{I\cos\alpha_m}{r_{\max}^2}$, $I = \Phi/4\pi$ (sursa este izotropa) $\cos\alpha_m = y_m/r_{\max} = 1/\sqrt{3}$, deoarece $y_m = v_0^2/(3g)$ Rezultat final este $E = \dfrac{\Phi}{4\pi}\dfrac{\sqrt{3}g^2}{v_0^4}$	0,25p 0,50p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p	
Oficiu			**1p**
Total subiect 2			**10p**

3.a	
	$\vec{r}' = \vec{r}'_{//} + \vec{r}'_{\perp}$
	unde $\vec{r}'_{//}$ şi $\vec{r}'_{\perp}$ sunt componentele lui $\vec{r}'$, paralelă şi respectiv perpendiculară pe direcția mişcării (direcția al cărui versor este $\vec{j}$);
	
	$\vec{r}'\vec{j} = \vec{r}'_{//}\vec{j} + \vec{r}'_{\perp}\vec{j}$
	$\begin{cases} \vec{r}'\vec{j} = r'_{//} = y' \\ \left(\vec{r}'\vec{j}\right)\vec{j} = r'_{//}\,\vec{j} = \vec{r}'_{//} \end{cases}$
	$\vec{r}'_{\perp} = \vec{r}' - \vec{r}'_{//} = \vec{r}' - (\vec{r}'\vec{j})\,\vec{j}$;
	$\begin{cases} \vec{r}'_{\perp} = \left(\vec{j}\,\vec{j}\right)\vec{r}' - \left(\vec{r}'\,\vec{j}\right)\vec{j} \\ \vec{r}'_{\perp} = \vec{j}\times\left(\vec{r}'\times\vec{j}\right) \end{cases}$
		0,25p
		0,25p
		0,25p
		0,25p
		0,25p
			3p

	analog $\vec{r}_\perp = \vec{j}\times(\vec{r}\times\vec{j})$ $\vec{r}'_\perp = \vec{r}_\perp$ $\begin{cases}\vec{j}\times(\vec{r}'\times\vec{j}) = \vec{j}\times(\vec{r}\times\vec{j})\\ \vec{r}' - (\vec{r}'\,\vec{j})\vec{j} = \vec{r} - (\vec{r}\,\vec{j})\vec{j}\end{cases}$ Relațiile scalare dn grupul ransformărilor Lorentz speciale: $\begin{cases} x' = x\\ y' = \dfrac{y - \mathrm{v}_0 t}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}\\ z' = z\end{cases}$ $\begin{cases}\vec{r}'\,\vec{j} = \dfrac{\vec{r}\vec{j} - \mathrm{v}_0 t}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}\\ (\vec{r}'\,\vec{j})\vec{j} = \dfrac{(\vec{r}\vec{j})\vec{j} - \vec{\mathrm{v}}_0 t}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}\end{cases}$ Forma vectorială generală a tansformărilor Lorentz $\begin{cases}\vec{j} = \dfrac{\vec{\mathrm{v}}_0}{\mathrm{v}_0}\\ \vec{r}' = \vec{r} - \dfrac{(\vec{r}\vec{\mathrm{v}}_0)\vec{\mathrm{v}}_0}{\mathrm{v}_0^2}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}\right) - \dfrac{\vec{\mathrm{v}}_0 t}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}\end{cases}$	0,25p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p 0,25p	

	$\begin{cases} t' = \dfrac{t - \dfrac{v_0}{c^2} y}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^2}{c^2}}} \\ v_0 y = v_0 r_{//} = v_0 (\vec{r}\, \vec{j}) = \vec{r} (v_0 \vec{j}) = \vec{r}\, \vec{v}_0 \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{\vec{r}\vec{v}_0}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^2}{c^2}}} \end{cases}$	0,25p	
3.b	Notând: $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^2}{c^2}}} = \alpha \\ \vec{r}' = \vec{r} - \dfrac{(\vec{r}\vec{v}_0)\vec{v}_0}{v_0^2}(1-\alpha) - \alpha \cdot \vec{v}_0 \cdot t \\ t' = \alpha\left(t - \dfrac{\vec{r}\vec{v}_0}{c^2}\right) \end{cases}$ $\begin{cases} d\vec{r}' = d\vec{r} - \dfrac{(d\vec{r} \cdot \vec{v}_0)\vec{v}_0}{v_0^2}(1-\alpha) - \alpha \cdot \vec{v}_0 \cdot dt \\ dt' = \alpha\left(dt - \dfrac{d\vec{r} \cdot \vec{v}_0}{c^2}\right) = \alpha\left(1 - \dfrac{\vec{v} \cdot \vec{v}_0}{c^2}\right)dt \end{cases}$ unde $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ este viteza punctului material în raport cu sistemul inerțial fix $\begin{cases} \dfrac{d\vec{r}'}{dt'} = \vec{v}' \\ \vec{v}' = \dfrac{\vec{v} + \dfrac{\alpha - 1}{v_0^2}(\vec{v}\vec{v}_0)\vec{v}_0 - \alpha\vec{v}_0}{\alpha\left(1 - \dfrac{\vec{v}\vec{v}_0}{c^2}\right)} \end{cases}$ reprezentând viteza aceluiaşi punct material în raport cu sistemul inerțial mobil; Pentru un punct material M, care se deplasează aşa cum indică figura de ai jos	0,25p 0,25p	**3p**

	$\begin{cases} v_x = v \cdot \cos\theta \\ v_y = v \cdot \sin\theta \\ v'_{x'} = v' \cdot \cos\theta' \\ v'_{y'} = v' \cdot \sin\theta' \end{cases}$	0,5p	
		0,5p	
	$\begin{cases} v'\cos\theta' = \dfrac{\mathrm{v}\cos\theta}{1-\dfrac{\mathrm{v_0 v}\sin\theta}{c^2}}\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}} \\ v'\cdot\sin\theta' = \dfrac{\mathrm{v}\sin\theta - \mathrm{v}_0}{1-\dfrac{\mathrm{v_0 v}\sin\theta}{c^2}} \end{cases}$;	1p	
	$\tan\theta' = \dfrac{v\cdot\sin\theta - \mathrm{v}_0}{v\cdot\cos\theta\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}$	0,25p	
	În particular, dacă punctul material M este un foton, pentru care v = c, rezultă: $\tan\theta' = \dfrac{c\sin\theta - \mathrm{v}_0}{c\cos\theta\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}$.	0,25p	
3.c	Mobilul M are, în raport cu observatorul O′ din S′, la momentul t', accelerația instantanee $\vec{a}'$, cu componentele: $\begin{cases} a'_{x'} = \dfrac{\mathrm{d}\mathrm{v}'_{x'}}{\mathrm{d}t'} \;;\; a'_{y'} = \dfrac{\mathrm{d}\mathrm{v}'_{y'}}{\mathrm{d}t'} \;;\; a'_{z'} = \dfrac{\mathrm{d}\mathrm{v}'_{z'}}{\mathrm{d}t'} \\ \vec{a}' = a'_{x'}\cdot\vec{i}' + a'_{y'}\cdot\vec{j}' + a'_{z'}\cdot\vec{k}' \end{cases}$ atunci, în raport cu observatorul O din S, la momentul t, accelerația instantanee $\vec{a}$ are componentele:	0,25p	**3p**

	$\begin{cases} a_x = \dfrac{\mathrm{dv}_x}{\mathrm{d}t} \ ; a_y = \dfrac{\mathrm{dv}_y}{\mathrm{d}t} \ ; a_z = \dfrac{\mathrm{dv}_z}{\mathrm{d}t} \\ \vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} \end{cases}$	0,25p	
	Din relațiile dintre componenetele vitezelor mobilului raportate la cele două sisteme de referință, precum şi din relațiile din transformările Lorentz care corelează coordonatele temporale din cele două sisteme de referință, rezultă: $\begin{cases} \mathrm{v}'_{x'} = \dfrac{\mathrm{v}_x}{1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}}\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}} \\ dv'_{x'} = \dfrac{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}{\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}\right)^2}\left[\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}\right)\mathrm{dv}_x + \dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_x}{c^2}\mathrm{dv}_y\right] \end{cases};$	0,25p	
	$\begin{cases} \mathrm{v}'_{y'} = \dfrac{\mathrm{v}_y - \mathrm{v}_0}{1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}} \\ \mathrm{dv}'_{y'} = \dfrac{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}{\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}\right)^2} dv_y \end{cases}$	0,25p	
	$\begin{cases} v'_{z'} = \dfrac{\mathrm{v}_z}{1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}}\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}} \\ dv'_{z'} = \dfrac{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}{\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}\right)^2}\left[\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}\right)\mathrm{dv}_z + \dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_z}{c^2}\mathrm{dv}_y\right] \end{cases};$	0,25p	
	$t' = \dfrac{t-\dfrac{\mathrm{v}_0}{c^2}y}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}} \ ; \ dt' = \dfrac{\mathrm{d}t-\dfrac{\mathrm{v}_0}{c^2}\mathrm{d}y}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}$	0,50p	

	$\begin{cases} a'_{x'} = \dfrac{\mathrm{dv}'_{x'}}{\mathrm{d}t'} \\ a'_{x'} = \dfrac{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}{\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}\right)^2}\left(a_x + \dfrac{\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_x}{c^2}a_y}{1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}}\right) \end{cases}$;	0,25p	
	$\begin{cases} a'_{y'} = \dfrac{\mathrm{dv}'_{y'}}{\mathrm{d}t'} \\ a'_{y'} = \dfrac{\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}\right)^{3/2}}{\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}\right)^3}a_y \end{cases}$	0,50p	
	$\begin{cases} a'_{z'} = \dfrac{\mathrm{dv}'_{z'}}{\mathrm{d}t'} \\ a'_{z'} = \dfrac{1-\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}{\left(1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}\right)^2}\left(a_z + \dfrac{\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_z}{c^2}a_y}{1-\dfrac{\mathrm{v}_0\mathrm{v}_y}{c^2}}\right) \end{cases}$ toate aceste expresii evidențiind că în relațiile dintre coponentele accelerațiilor raportate la cele două sisteme inerțiale sunt implicate şi componentele vitezelor.	0,25p	
	Concluzie: spre deosebire de teoria relativității clasice (TRC), unde accelerația unui mobil este aceeaşi în raport cu orice SRI (fiind deci invariantă la transformările Galilei), în TRR accelerația mobilului nu este invariantă la transformările Lorentz.	0,25p	
Oficiu			**1p**
Total subiect 3			**10p**
	TOTAL GENERAL		**30p**

Subiect propus de:
prof.dr. Florea ULIU- Facultatea de Fizică - Universitatea din Craiova
prof.dr. Mihail SANDU- Facultatea de Ştiințe - Universitatea Sibiu
prof. Delia DAVIDESCU – inspector - Serviciul Național de Evaluare şi Examinare - Bucureşti